



### **Qu'est ce que le club Mathenjeans ?**

Chaque année, au lycée Jean Auguste Margueritte, le club Mathenjeans, organisé et dirigé par Monsieur Claisse, propose à des élèves de première volontaires de participer à un projet scientifique accessible à tous, mettant en avant les mathématiques.

Le 7 octobre 2021 dans le ciel de Verdun a été aperçue par des témoins et des caméras situés des traces lumineuses. Il s'agissait d'une météorite. Des données précises du réseau Fripon laissées publiques nous ont permis de modéliser cette trajectoire en 3D grâce à GeoGebra.

Cette année, le thème de l'atelier concernait les météorites, le but était de déterminer par des calculs la trajectoire d'une météorite afin de trouver son impact au sol.

## Présentation à Paris à l'occasion du 33ème congrès mathenjeans.

Le 1er avril, l'atelier Mathenjeans s'est rendu à Paris pour présenter son projet lors du 33ème congrès Mathenjeans. L'ensemble de groupe a présenté son travail devant une assemblée d'élèves et de professeurs venus des quatre coins de la France eux aussi pour appliquer les mathématiques. L'ensemble des soutenances s'est déroulé à l'Ecole Normale Supérieure Paris-Saclay.

Tout notre projet est parti de l'observation de la météorite de Verdun.

Un météore est un phénomène céleste, dans le cas de Verdun on a vu une trace lumineuse, synonyme qu'un corps céleste a été rendu lumineuse par son passage dans l'atmosphère. Une météorite à l'inverse est un corps rocheux venu de l'espace qui n'a pas perdu sa masse en traversant l'atmosphère et donc qui a atteint la surface de la Terre.

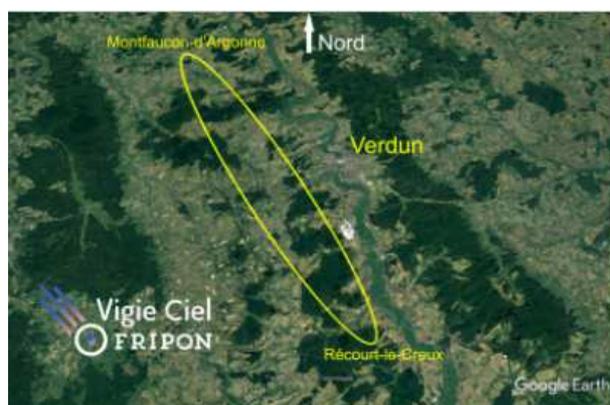
Nous pouvons citer la météorite de Tcheliabinsk, dont l'impact a eu lieu dans un lac. La météorite, qui pesait 13 000 tonnes, a éclaté au-dessus de la ville, ce qui donne des images impressionnantes.

Pour pouvoir modéliser la météorite nous avons utilisé des ressources qui proviennent de plusieurs sources, tel que le réseau FRIPON.

FRIPON est un réseau de surveillance, né en 2013. Grâce à des caméras disposées partout en France ce réseau enregistre les traces de flux de matière extraterrestre qui tombe sur Terre. Aujourd'hui on compte près de 100 caméras et récepteurs radios qui surveillent le ciel 24h/24.

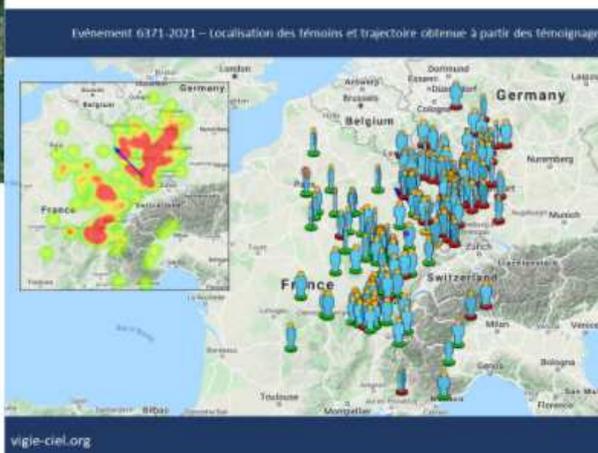
En plus des données du réseau FRIPON, de nombreux témoins - pas moins de 350 ! - ont pu observer la trace lumineuse, tous répartis sur une vaste zone géographique regroupant la France mais aussi l'Italie, la Suisse, l'Allemagne et la Belgique.

Pourtant, la zone où pourrait se trouver le bolide se situe aux alentours de Verdun, entre Montfaucon et Récourt-le-creux, dans une ellipse ayant pour grand axe 90 km !



**Une chute estimée dans une zone de 90 km de long !**

**De nombreux témoins...**

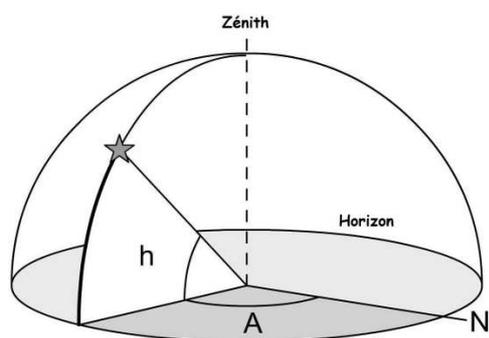
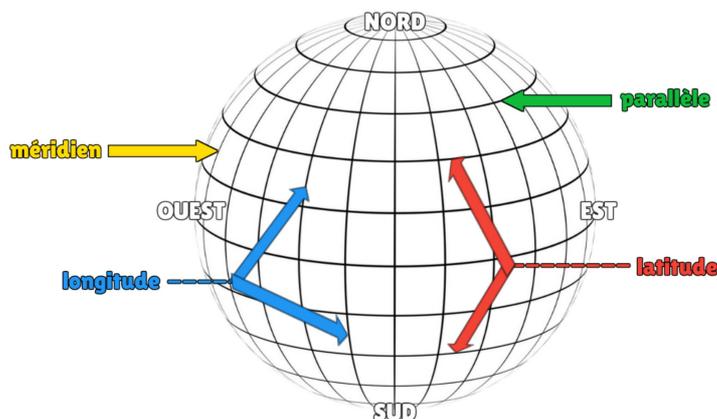


## **Objectif principal : Déterminer la trajectoire de la météorite :**

Dans le but de déterminer la trajectoire d'une météorite ou d'un quelconque corps situé autour de notre Terre, il est important d'utiliser deux outils de base; la longitude et la latitude. Ces deux paramètres permettent de localiser un corps présent à la surface de la Terre le cas échéant, ils serviront à localiser un appareil d'acquisition de données tel qu'une caméra.

La latitude est une coordonnée géographique mais aussi une mesure angulaire qui varie de  $0^\circ$  à l'équateur et  $90^\circ$  aux pôles. Tandis que la longitude correspond à la différence entre le plan du méridien d'un lieu et le plan du méridien de Greenwich. Greenwich est un quartier de Londres situé sur les rives de la Tamise, ( $51^\circ$  N;  $0^\circ$ ) qui a été choisi comme référence internationale.

Ces 2 données ne suffisent pas à déterminer la trajectoire d'un corps, il faut aussi prendre en compte les notions de parallèle et de longitude. Un parallèle correspond à tous les lieux de la Terre ayant la même latitude, un cercle parallèle va alors se former à l'équateur d'où le nom de "parallèle". Le méridien s'agit d'un cercle passant par les deux pôles (Nord et Sud), qui a été imaginé dans le but d'avoir un moyen d'étudier facilement la longitude d'une zone géographique. On en conclut donc que deux zones situées sur le même méridien disposent de la même longitude. Tous deux sont indispensables lorsque l'on souhaite déterminer une position précise d'un lieu sur le globe terrestre.



La longitude et la latitude seules ne suffisent pas à représenter une trajectoire !

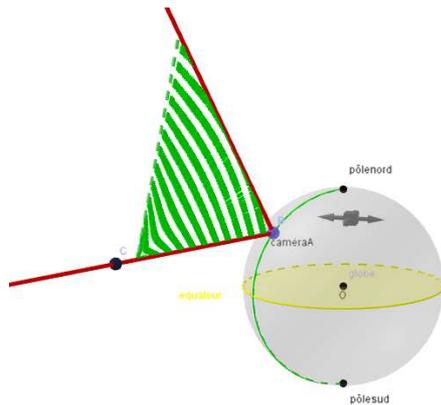
En effet, la représentation de cette dernière serait incomplète sans deux paramètres supplémentaires. Les deux fameux paramètres sont appelés respectivement hauteur angulaire et azimut. L'azimut dans un premier temps représente l'angle se situant entre le Nord géographique qui est pris comme départ pour l'acquisition des données et l'endroit où l'on a modélisé la trajectoire suivie. Il est bon de préciser que le sens utilisé est le sens rétrograde ce

qui signifie que l'Est se situera par exemple à  $90^\circ$ . En ce qui concerne la hauteur angulaire, il s'agit tout simplement de l'angle se situant entre l'horizon ( $0^\circ$ ) et l'objet ou la trajectoire pris comme base de travail.

Un fois ces deux éléments assemblés, ils nous donnent deux angles  $\alpha$  par point, ils permettent de visualiser une trajectoire et de s'en servir pour la poursuite du travail de recherche.

En ce qui concerne la météorite meusienne, l'ensemble des données nous a été fourni par le réseau FRIPON sous la forme d'un document regroupant les informations saisies par des caméras disséminées de part et d'autre du Nord Est de la France de l'Ouest de l'Allemagne principalement.

Colombey le	48° 31' 54.12" N	48,5317	5° 53' 26.88" E	5,8908	328.43333	37.75	327.4	29.13333
Zweibrucker	49° 14' 39.5" N	49,2443056	7° 22' 05.9" E	7,36830556	193	18	234.933333	16.24
Chaligny1	48°37' 26.0" N	48,6238889	6° 05' 06.7" E	6,08519444	230.47	70.18	300.97	44.36
Oberndorf B	49° 51' 27.2" N	49,8575556	9° 31' 02.9" E	9,51747222	202.58778	11.69639	246.8	5.43333
Karlsruhe	48° 59' 60.0" N	49	8° 17' 59.9" E	8,29997222	193.8	17.05	232.31667	18.95
Hofheim	50° 06' 49.3" N	50,1136944	8° 23' 37.8" E	8,39383333	192.39839	11.37572	216.90533	9.05319
Fleville	48° 38' 40.56" N	48,6446	6° 12' 25.92" E	6,2072	152.53089	20.61839	182.81667	49.00662
Marckholshe	48°10'01.2" N	48,167	7°32'16.4" E	7,53788889	223.345417	27.810389	258.150028	22.363528
lieu	latitude	-	longitude	-	Az deb	H° deb	Az fin	H° fin

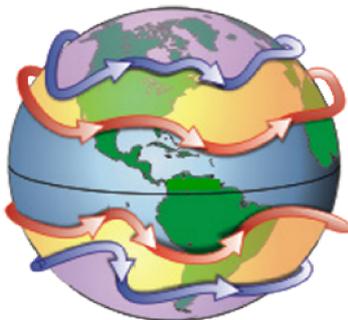


À l'aide du logiciel GeoGebra nous avons déterminé un plan, il représente l'ensemble des trajectoires qui peuvent être empruntées par la météorite et qui représentent la trace vue par l'observateur, nous l'avons obtenu grâce aux données du réseau Fripon étudiées précédemment pour en obtenir plusieurs, et grâce à l'intersection de deux plans nous avons une trace rectiligne qui nous permet de déterminer un point d'impact potentiel. Cependant, cette trajectoire est rectiligne, or, la trajectoire de chute d'un objet lancé à une certaine vitesse n'est pas rectiligne à moins que cet objet ne tombe perpendiculairement à la surface de la terre.

### Etude de la fin de la trajectoire :

Le modèle présenté précédemment, est une représentation théorique ne tenant pas compte des facteurs extérieurs. La trajectoire d'une météorite n'est généralement pas rectiligne mais curviligne ! Ce résultat est dû notamment à trois acteurs principaux...

#### Le jet-stream :

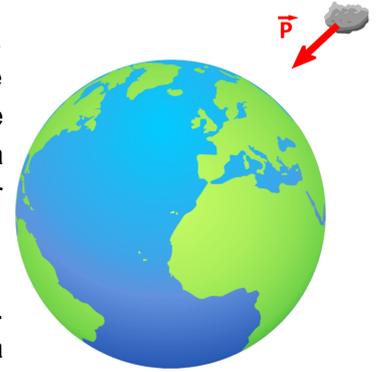


Derrière cette dénomination anglophone, se retrouvent les grands vents à haute altitude. Ces derniers ne sont d'ordinaire pas pris en compte dans les calculs de trajectoire pour deux raisons. La météorite doit en premier lieu disposer d'une masse assez faible pour pouvoir être déviée par ces vents ; ceci fait écho au principe d'inertie montrant que plus la masse d'un corps est importante, plus la force déployée pour modifier sa trajectoire doit être elle aussi importante. Dans un deuxième temps, cet aérolithe se doit de rester suffisamment longtemps en haute altitude pour que ces vents puissent engendrer une modification de son mouvement. Le jet-stream n'ayant qu'un impact mineur, nous pouvons les qualifier de "négligeables".

## L'attraction gravitationnelle de la Terre :

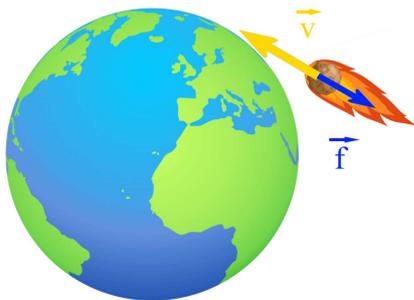
La Terre émet en permanence un champ gravitationnel. Lorsqu'une météorite approchera de l'astre, celle-ci entrera dans ce champ et sera en quelque sorte "attirée" par la Terre. Cette force gravitationnelle nommée "Poids" se caractérise sur le schéma ci-contre par le vecteur rouge dirigé vers le centre de la planète et par la formule : 
$$P = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Plus le "bolide" se rapprochera, moins la distance "d" sera élevée. Cela aura pour conséquences une augmentation progressive de la force gravitationnelle exercée sur ce dernier et donc un déviation de la météorite.



## Les frottements de l'air sur la météorite :

Dernier mais pas des moindres, les frottements de l'air sur la météorite vont avoir un rôle majeur dans la fin de cette trajectoire. Pour toute météorite entrant dans l'atmosphère avec une certaine vitesse, une force de sens opposée y sera aussi appliquée. Sur le schéma présenté ci-contre nous pouvons voir respectivement la vitesse représentée par un vecteur jaune et les frottements par un vecteur bleu. Cette dernière est caractérisée par la formule : 
$$f = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_x$$



$\rho$  qualifie la masse volumique de l'air qui va varier en fonction de l'altitude

$v$  qualifie la vitesse de la météorite

$S$  qualifie la surface effective, c'est à dire la surface sur laquelle les frottements vont avoir un effet

$C_x$  qualifie le coefficient de traînée, c'est à dire la forme de l'objet

## Simulation de la fin de la trajectoire :

Le problème que nous avons rencontré a alors été de modéliser toutes les forces qui s'appliquent sur la météorite au cours du temps. Nous avons alors pris connaissance de la fonctionnalité tableur de GeoGebra, ainsi que la possibilité de représenter un point à partir de celui-ci. C'est dans ce tableau que nous est venu l'idée de calculer et modéliser les forces s'appliquant à la météorite en fonction des différents facteurs comme la pression, la masse de la météorite, la surface effective de la météorite, la masse volumique de l'air, la température, la vitesse de la météorite initiale et un coefficient lié à la forme de la météorite (que l'on considère sphérique).

Parmi ces facteurs se trouve deux constantes, le coefficient lié à la forme de la météorite et la vitesse de la météorite initiale, ainsi que deux inconnues, la surface effective de la météorite et sa masse que l'on fera varier pour obtenir un intervalle de résultat, le reste des paramètres sont des variables que l'on a défini en fonction de la position de la météorite et notamment l'altitude qui est une variable connue et qui nous permet de calculer la pression, la température et la masse volumique de l'air (à l'intérieur du tableur GeoGebra, voir image ci-dessous).

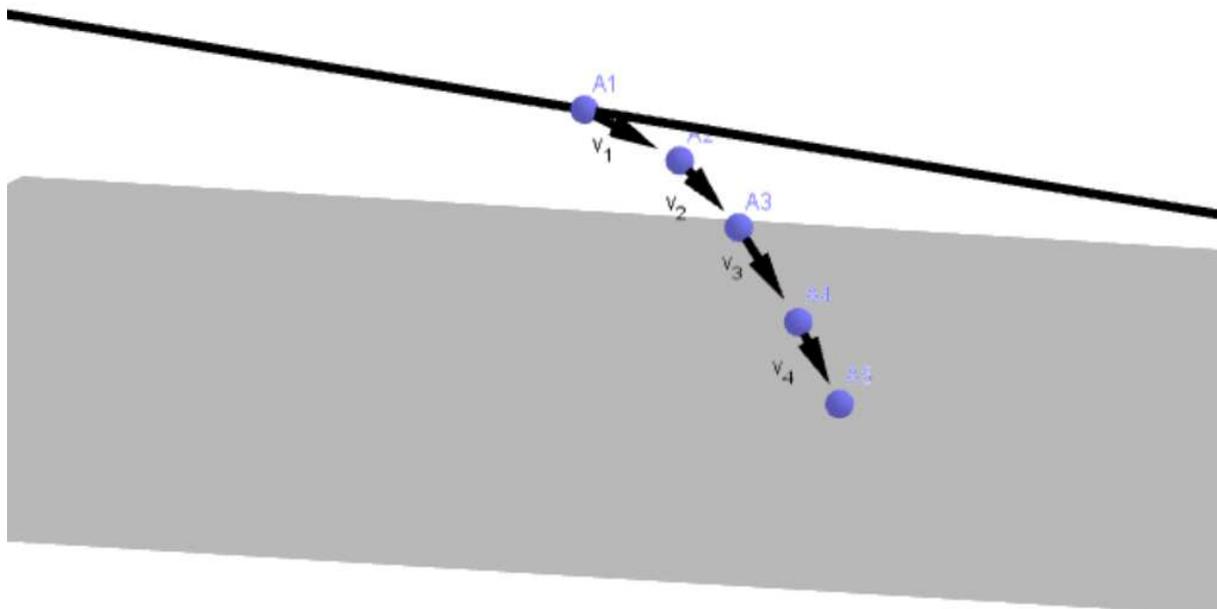
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	point	vect vitesse	distance	altitude	vect mg	frottements	dv	pression	température	densité
2	(42...	-8872.85	6410009	39000	-270.49	0	-0.4	0	235.5	0
3	(42...	-8873.25	6407967...	36958.12	-267.39	0	-0.4	0	233.46	0
4	(42...	-8873.65	6405933...	34924.69	-264.28	0	-0.39	0	231.42	0
5	(41...	-8874.05	6403908...	32899.75	-261.16	0	-0.39	0	229.4	0
6	(41...	-8874.43	6401892...	30883.28	-258.04	0	-0.38	0	227.38	0
7	(41...	-8874.82	6399884.3	28875.3	-254.91	95212.4	141.28	398.94	225.38	0.01
8	(41...	-8733.54	6397884...	26875.82	-251.77	176319.68	261.95	756.07	223.38	0.01
9	(41...	-8471.59	6395925...	24916.48	-248.67	292747.76	435.18	1322.39	221.42	0.02
10	(41...	-8036.4	6394032.6	23023.6	-245.66	433274.77	644.26	2156.17	219.52	0.03
11	(41...	-7392.14	6392243...	21234.64	-242.8	564616.89	839.68	3293.66	217.73	0.05
12	(41...	-6552.46	6390603...	19594.36	-240.17	639890.75	951.68	4723.51	216.5	0.08
13	(41...	-5600.79	6389152.9	18143.9	-237.83	630771.76	938.11	6372.49	216.5	0.1
14	(41...	-4662.68	6387914...	16905.82	-235.82	557328.92	828.85	8123.38	216.5	0.13
15	(41...	-3833.83	6386884...	15875.25	-234.15	457449.91	680.25	9861.1	216.5	0.16
16	(41...	-3153.58	6386035...	15026.84	-232.78	361239.87	537.11	11507.36	216.5	0.19
17	(41...	-2616.47	6385336...	14327.12	-231.65	281544.72	418.54	13026.58	216.5	0.21
18	(41...	-2197.94	6384753...	13744.17	-230.71	219860.58	326.77	14412.75	216.5	0.23
19	(41...	-1871.17	6384260...	13251.73	-229.92	173339.5	257.55	15674.63	216.5	0.25
20	(41...	-1613.62	6383838...	12829.54	-229.25	138416.57	205.6	16826.42	216.5	0.27
21	(41...	-1408.02	6383471...	12462.32	-228.67	112046.35	166.36	17883.07	216.5	0.29
22	(41...	-1241.66	6383147...	12138.66	-228.16	91919.81	136.42	18858.34	216.5	0.3

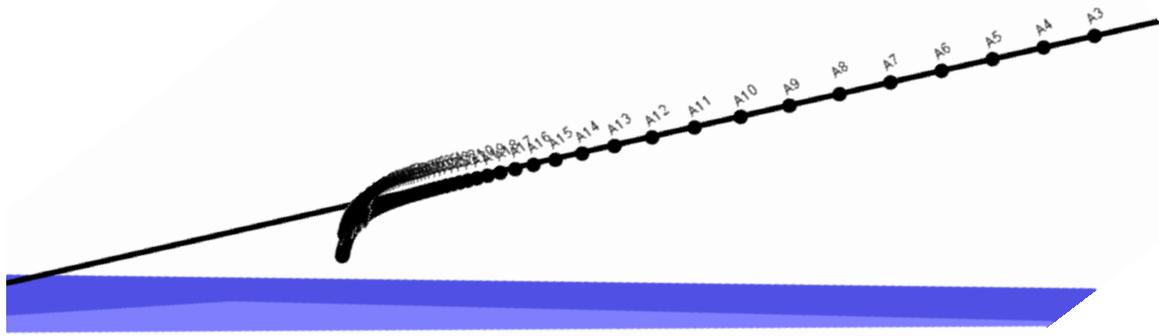
C'est grâce à tous ces facteurs que nous avons calculé les forces au cours du temps soit la force de traînée aérodynamique (force de frottements), l'attraction gravitationnelle de la Terre sur la météorite ainsi que la vitesse que l'on représente par un vecteur vitesse qui nous permet de la prendre en compte dans le calcul vectoriel. A savoir que la vitesse de la météorite initiale a été prélevée sur les sources fripons, de plus nous avons défini les deux forces en fonction de ces deux formules (voir image), soit  $P$ , l'attraction gravitationnelle de la Terre sur la météorite et  $f$ , la force de traînée aérodynamique.

$$P = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$f = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_x$$

En utilisant la méthode d'Euler, consistant à calculer l'application d'un vecteur sur un point en fonction du temps (voir image ci-dessous), nous avons alors accédé à la possibilité de représenter l'application de la somme des forces sur la position initiale de la météorite et ainsi de réitérer l'opération jusqu'à obtenir une succession de points, soit la trajectoire de la météorite (voir image ci-dessous).





En faisant varier les deux inconnues nous avons obtenu grâce à la simulation GeoGebra une ellipse de recherche de météorite pour des débris allant de 50 à 1000 kg, celle-ci ayant pour grand axe une vingtaine de kilomètres (voir image ci-dessous).

